



**Zadania na XXII Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejki
Poziom I**

(klasy pierwsze liceum i technikum oraz klasy ósme szkoły podstawowej)

Etap powiatowy

4 lutego 2023 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Znajdź wszystkie trójki (a, b, c) liczb całkowitych dodatnich, które spełniają równanie:

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{ab} + \frac{3}{abc} = 1$$

2. Wewnątrz kwadratu ABCD, o boku długości 2 dm, obrano punkt M, który znajduje się w równych odległościach od wierzchołka A, wierzchołka B oraz boku CD. Wykonaj odpowiedni rysunek i oblicz pole trójkąta ABM. Jakim procentem pola kwadratu ABCD jest pole trójkąta ABM?

3. Podaj warunek na to, by liczby x, y były względem siebie odwrotne.

Sprawdź, bez użycia kalkulatora i obliczania wartości potęg, czy liczby:

$$x = \frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}} \text{ oraz } y = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6} \text{ są odwrotne względem siebie.}$$

4. Suma dwóch liczb naturalnych wynosi 81. Jeżeli jedną z tych liczb podzielimy przez drugą, to otrzymamy iloraz 15 i resztę n. Znajdź te liczby.

5. Dany jest czworokąt wypukły ABCD, taki że kąty przy przeciwległych wierzchołkach B oraz D są proste. Z punktu B, poprowadzono odcinek BH (H należy do boku AD), który jest prostopadły do AD. Ponadto wiadomo, że $|AB| = |BC| = x$; $|BH| = 1$ oraz $|DH| : |AH| = 2 : 1$. Oblicz pole czworokąta ABCD oraz długości jego boków.

Powodzenia!